

المپیاد ریاضی پایه هشتم

مرحله اول ۱۳۹۳/۱۱/۲۶ ساعت: ۹ صبح

جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش خراسان رضوی

نام و نام خانوادگی داوطلب:

تعداد سوال: ۴۵

شماره داوطلبی:

مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

آزمون دارای نمره منفی می باشد.

۱- هوشیار در یک مسابقه ریاضی شرکت کرده است. در این مسابقه هر پاسخ درست به اندازه شماره آن سؤال امتیاز مثبت و هر پاسخ غلط به اندازه شماره آن سؤال امتیاز منفی دارد. (مثلاً اگر پاسخ سؤال ۱۹ نادرست باشد، «۱۹-» امتیاز می گیرد) او سه سوال اول را غلط، سه سوال بعدی را درست، سه تای بعدی را غلط و به همین ترتیب پاسخ داده است. امتیاز هوشیار پس از پاسخ دادن به سؤال ۵۵ چند شده است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۲۶ (۳) ۸۰ (۴) ۸۱

$$\frac{125}{12 \times 5} + 2 \div \left(- \left(- \frac{12}{-15} \right) \right)$$

۲- حاصل عبارت مقابل کدام است؟

- (۱) $-\frac{5}{12}$ (۲) $-\frac{12}{15}$ (۳) $\frac{15}{12}$ (۴) $-\frac{12}{5}$

۳- کدام کسر به عدد یک نزدیک تر است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{33}{44}$ (۳) $\frac{444}{555}$ (۴) $\frac{5555}{6666}$

۴- کدام گزینه درست است؟

- (۱) هر عدد طبیعی، دست کم یک شمارنده اول دارد.
(۲) همه مضرب های یک عدد اول، مرکب است.

(۳) هر عدد طبیعی که به صورت ضرب دو عدد طبیعی بزرگ تر از یک نوشته شود، مرکب است.

(۴) در اعداد طبیعی ۱ تا ۱۰۰ فقط سه جفت عدد اول دوقلو (مانند ۳ و ۵ که هر دو اول اند و اختلافشان ۲ واحد است) وجود دارد.

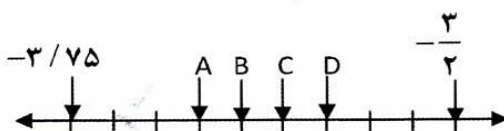
۵- با توجه به تساوی مقابل، کمترین مقدار ممکن برای $\square + \diamond$ است؟ (\square و \diamond عدد صحیح هستند.)

- (۱) -۷ (۲) -۲ (۳) ۷ (۴) $3 \times \diamond = \square + 24$

۶- شادی و نشاط روی زمین یک محور اعداد گویا رسم کردند. هر کدام روی نقطه ای متفاوت ایستاده اند به طوری که فاصله هر دو از نقطه ۴ به یک

اندازه است. اگر شادی در نقطه $2\frac{1}{3}$ ایستاده باشد، نشاط در کدام نقطه ایستاده است؟

- (۱) $2\frac{1}{3}$ (۲) $6\frac{1}{3}$ (۳) $8\frac{1}{3}$ (۴) $10\frac{1}{3}$



۷- روی محور مقابل بین دو عدد $-\frac{3}{2}$ و $-\frac{3}{75}$ را به ۹ قسمت مساوی تقسیم کرده ایم.

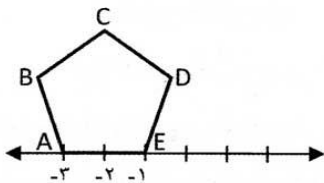
کدام حرف عدد $-\frac{11}{4}$ را نشان می دهد؟

- (۱) A (۲) B (۳) C (۴) D

۸- یک موربانه در روز اول $\frac{1}{8}$ قطعه چوبی را خورده است. در روز دوم $\frac{1}{7}$ باقی مانده روز اول، روز سوم $\frac{1}{6}$ باقی مانده روز دوم و روز چهارم $\frac{1}{5}$ باقی مانده روز سوم را خورده است. اگر اندازه چوب باقی مانده ۲ متر باشد، اندازه اولیه چوب چقدر بوده است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۹- پنج ضلعی منتظم ABCDE را روی محور اعداد صحیح به سمت راست می‌غلطانیم و این کار را ادامه می‌دهیم. کدام حرف روی عدد ۱۳۹۳ قرار خواهد گرفت؟



- A (۱)
B (۲)
C (۳)
D (۴)

۱۰- چند تا از جملات زیر همواره درست است؟

- (a) جذریک عدد گویا نیست.
(b) نسبت محیط یک دایره به قطر همان دایره گویا نیست.
(c) نسبت محیط یک دایره به مساحت همان دایره، گویا نیست.
(d) اختلاف محیط و مساحت یک دایره، عددی گویا نیست.

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۱۱- روش غربال را برای یافتن اعداد اول تا ۱۰۰۰ به کار برده ایم. مجموع اولین و آخرین عددی که خط می‌خورد، کدام گزینه است؟

- (۱) ۹۶۲
(۲) ۹۶۵
(۳) ۹۹۳
(۴) ۹۹۶

۱۲- در اعداد طبیعی تا ۱۰۰ چند عدد طبیعی مانند a وجود دارد که $1 = (a+6)$ باشد؟ (یعنی a و ۶ نسبت به هم اول هستند).

- (۱) ۲۵
(۲) ۳۳
(۳) ۶۷
(۴) ۸۳

۱۳- عدد شش رقمی \overline{abcabc} دست کم (حداقل) چند شمارنده اول دارد؟

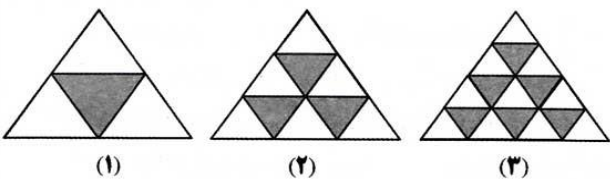
- (۱) ۳
(۲) ۴
(۳) ۸
(۴) ۱۶

۱۴- روش غربال را برای پیدا کردن اعداد اول تا ۲۰۰ انجام می‌دهیم. در مرحله ای از انجام کار عدد n و سپس بلافاصله عدد n-۴۰ را خط می‌زنیم. در این صورت عدد n مضرب کدام یک از اعداد زیر است؟

- (۱) ۵
(۲) ۷
(۳) ۱۱
(۴) ۱۳

۱۵- سعید مشغول ضرب کردن عدد های زوج متوالی «...و ۸ و ۶ و ۴ و ۲» می‌باشد. او می‌خواهد وقتی حاصل ضرب برای اولین بار بر عدد «۲۰۱۵» بخش پذیر شود، کارش را متوقف کند. در این صورت بزرگ‌ترین عددی که او ضرب می‌کند، در کدام یک از گزینه‌های زیر قرار دارد؟

- (۱) بین ۵۱ تا ۶۱
(۲) بین ۶۱ تا ۷۱
(۳) بین ۷۱ تا ۸۱
(۴) بین ۸۱ تا ۹۱



- (۱)
(۲)
(۳)

۱۶- در شکل نوزدهم چه کسری از شکل رنگی است؟

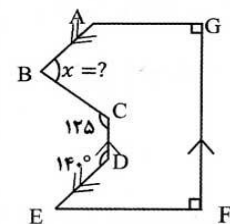
- (۱) $\frac{19}{40}$
(۲) $\frac{57}{400}$
(۳) $\frac{19}{40}$
(۴) $\frac{57}{40}$

۱۷- شکل حاصل از برخورد دو دایره که یکدیگر را در دو نقطه قطع می‌کنند، چند محور تقارن دارد؟

- (۱) فقط دو تا
(۲) یکی یا دو تا
(۳) دو یا چهار تا
(۴) بی شمار

۱۸- در شکل مقابل اندازه زاویه x کدام است؟

(زوایای G, F قائمه، $AB \parallel DE$ و $FG \parallel DC$)



- (۱) ۶۵
(۲) ۷۵
(۳) ۸۵
(۴) ۹۵

۱۹- کدام یک از گزینه های زیر نتیجه درست رابطه های مقابل است؟

- $a \parallel d$
 $b \perp d$
 $b \parallel c$ } $\Rightarrow \dots$
- (۱) $a \parallel c$
(۲) $a \perp b$
(۳) $b \perp c$
(۴) $b \parallel d$

۲۰- در یک n ضلعی منتظم، خط راست d از مرکز تقارن می‌گذرد. کدام گزینه همواره صحیح نیست؟

- (۱) n عددی زوج است.
(۲) این خط یکی از محورهای تقارن n ضلعی است.
(۳) این خط n ضلعی را فقط در دو نقطه قطع می‌کند.
(۴) n ضلعی به دو قسمت با محیط های یکسان تقسیم می‌شود.

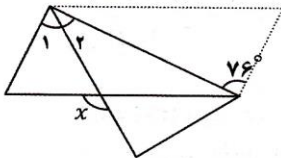
۲۱- یک هشت ضلعی که دقیقاً چهار زاویه قائمه دارد، دست کم چند زاویه داخلی بزرگتر از 180° خواهد داشت؟

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۳

۲۲- در یک چند ضلعی منتظم، راس های A، B، C، D، E متوالی هستند. اگر ضلع های AB و DE را امتداد دهیم، همدیگر را در نقطه M قطع می کنند، به طوری که $\widehat{BMD} = 150^\circ$ باشد. تعداد اضلاع این چند ضلعی منتظم، کدام گزینه است؟

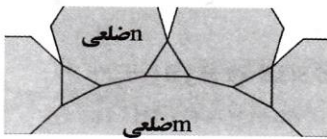
- ۳۸ (۴) ۳۶ (۳) ۳۴ (۲) ۳۰ (۱)

۲۳- کاغذی به شکل متوازی الاضلاع را به صورت مقابل از روی قطر کوچک آن تا کرده ایم، به طوری که $\widehat{A} = \widehat{C}$ باشد. اندازه زاویه x کدام است؟



- ۱۰۲ (۲) ۱۰۰ (۱)
۱۰۶ (۴) ۱۰۴ (۳)

۲۴- اطراف یک استخر به شکل m ضلعی منتظم را با کاشی هایی به شکل سه ضلعی منتظم و باغچه هایی به شکل n ضلعی منتظم پوشانده ایم. n و m (به ترتیب) کدام گزینه نمی تواند باشد؟



- ۱۸ و ۹ (۲) ۲۴ و ۸ (۱)
۲۰ و ۱۲ (۴) ۱۵ و ۱۰ (۳)

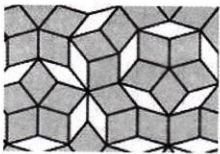
۲۵- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) هر شکلی که دقیقاً دو محور تقارن داشته باشد، مرکز تقارن هم دارد. (۲) برخی از اشکال هندسی، محور تقارن ندارند ولی مرکز تقارن دارند.
(۳) اگر شکلی بیش از دو محور تقارن داشته باشد، مرکز تقارن هم دارد. (۴) هر شکلی که دقیقاً دو محور تقارن عمود بر هم داشته باشد، مرکز تقارن هم دارد.

۲۶- کدام گزینه یک مربع را مشخص می کند؟

- (۱) لوزی که یک قطرش با ضلعش برابر باشد. (۲) مستطیلی که قطرهاش بر هم عمود باشد.
(۳) متوازی الاضلاعی که دو قطرش مساوی باشد. (۴) دوزنقه ای که دو زاویه قائمه داشته باشد.

۲۷- در کاشی کاری مقابل فقط از دو نوع لوزی استفاده شده است. در این طرح کدام زاویه وجود ندارد؟



- ۱۰۸ (۲) ۷۲ (۱)
۱۴۴ (۴) ۱۲۰ (۳)

۲۸- عبارت کلامی «مربع معکوس قرینه مجموع دو عدد» به صورت جبری برابر است با:

- $\frac{1}{a^2+b^2}$ (۴) $\frac{1}{a^2+b^2}$ (۳) $-\left(\frac{1}{a+b}\right)^2$ (۲) $\left(\frac{1}{a+b}\right)^2$ (۱)

۲۹- اگر $(a \neq 0)$ باشد، دو عبارت $(a+b)(a+c)$ و $a+bc$ در صورتی برابرند که:

- $a+b+c=1$ (۴) $b=2ac$ (۳) $a=2bc$ (۲) $a+b+c=0$ (۱)

۳۰- حاصل عبارت مقابل به ازای $X=1$ و $Y=-1$ برابر است با:

- $(3x^2 - y + 7)(-x - y^2 + 5) =$ ۵۵ (۳) ۵۴ (۲) ۳۶ (۱)
۶۰ (۴)

۳۱- تبدیل به ضرب شده عبارت $(2x+y)^2 - 4x - 2y$ برابر است با:

- $(2x+y)(-2x-y+2)$ (۲) $(2x+y)(2x+y+2)$ (۱)
 $(2x+y)(-2x+y-2)$ (۴) $(2x+y)(2x+y-2)$ (۳)

۳۲- اگر a و b دو عدد صحیح باشند، در تساوی « $b^2 - a^2 = 9$ » چند مقدار متفاوت برای a پیدا می شود؟

- ۶ (۴) ۵ (۳) ۴ (۲) ۳ (۱)

۳۳- اگر $x + \frac{1}{x} = -9$ باشد، مقدار $x^2 + \frac{1}{x^2}$ کدام گزینه است؟

- ۸۳ (۴) ۸۳ (۳) ۷۹ (۲) -۷۹ (۱)

۳۴- در معادله $1 + \frac{3x-2}{3} - \frac{2x-3}{6} = \frac{-3(x-4)}{2}$ مقدار x کدام است؟

- $\frac{37}{13}$ (۴) $\frac{31}{13}$ (۳) $\frac{13}{31}$ (۲) $\frac{13}{37}$ (۱)

۳۵- با توجه به تساوی مقابل مقدار x کدام است؟

$$\frac{1}{\sqrt{5/5} - \sqrt{x-1/25}} = \frac{1}{2}$$

- (۱) $2/75$ (۲) $\sqrt{3/5}$ (۳) $2/25$ (۴) $3/5$

۳۶- مرد پارچه فروشی پیش خودش حساب می کرد که اگر پارچه هایش را متری ۵۰۰۰ تومان بفروشد ۲۰۰۰۰ تومان زیان خواهد کرد و اگر آن ها را متری ۷۰۰۰ تومان بفروشد ۲۰۰۰۰ تومان سود خواهد کرد اگر او پارچه ها را متری ۶۰۰۰ تومان بفروشد، با این نحوه ی فروش، چند تومان پول به دست می آورد؟

- (۱) ۶۰۰۰ (۲) ۱۲۰۰۰ (۳) ۷۰۰۰ (۴) ۱۴۰۰۰

۳۷- تعداد ۱۳۹۴ ماشین عدد سا ز کاملاً مشابه را به هم متصل کرده ایم، هر یک از این ماشین ها عدد ورودی «t» را با دستور $\frac{t-1}{t+1}$ اجرا کرده و سپس عدد خروجی (حاصل به دست آمده) را به عنوان عدد ورودی، به ماشین بعدی منتقل می کند.

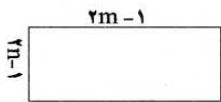
اگر عدد $\frac{1}{3}$ عدد ورودی به ماشین اول باشد عدد خروجی از ماشین شماره ۱۳۹۴ کدام است؟

- (۱) -7 (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{1}{7}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۳۸- اگر m و n و p و q اعداد طبیعی باشند، محیط و مساحت مستطیل مقابل، به ترتیب کدام گزینه می تواند باشد؟

(۱) $2p-1$ و $2q$ (۲) $2q-1$ و $2p$

(۳) $2q-1$ و $2p-1$ (۴) $2q$ و $2p$



۳۹- نقاط $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} -5 \\ 1 \end{bmatrix}$ مختصات سه رأس مثلث ABC هستند. نقطه ی M وسط ضلع BC را تحت بردار \vec{MD} با چه مختصاتی به نقطه ی انتقال دهم تا چهار ضلعی $ABCD$ دقیقاً چهار محور تقارن داشته باشد؟

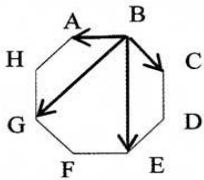
- (۱) $\begin{bmatrix} -1 \\ -3 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -2 \\ -4 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -4 \\ -2 \end{bmatrix}$

۴۰- نقطه $A = \begin{bmatrix} 1-m \\ 1+2n \end{bmatrix}$ بر محور طول ها و نقطه $B = \begin{bmatrix} 1+m \\ 1-2n \end{bmatrix}$ بر محور عرض ها واقع اند. مختصات بردار \vec{BA} کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

۴۱- اگر هشت ضلعی $ABCDEFGH$ منتظم باشد، حاصل جمع بردارهای $\vec{BA} + \vec{BC} + \vec{BE} + \vec{BG}$ کدام است؟

- (۱) بردار صفر (۲) \vec{BF} (۳) \vec{FB} (۴) $2\vec{BF}$

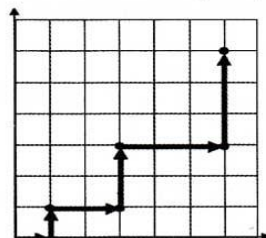


۴۲- ابتدا و انتهای بردار $U = \begin{bmatrix} -6 \\ 1 \end{bmatrix}$ نسبت به مبدأ مختصات قرینه یکدیگرند. مختصات انتهای این بردار کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} -2 \\ 1/2 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 2 \\ -1/2 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -12 \\ 2 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 2 \\ -12 \end{bmatrix}$

۴۳- برداری محورهای مختصات را در دو نقطه ی متفاوت قطع کرده است. در محل برخورد این بردار با محورها، کدام زاویه ها ممکن است ایجاد شود؟

- (۱) ۱۵۰ و ۶۰ (۲) ۱۴۰ و ۷۰ (۳) ۱۳۰ و ۸۰ (۴) ۱۲۰ و ۹۰



۴۴- یک روبات برنامه ریزی شده به صورت مقابل از مبدأ مختصات حرکت می کند. با مشاهده ی شش حرکت این روبات الگوی حرکت آن را بیابید. روبات پس از حرکت « ۲n » ام، به کدام نقطه می رسد؟

- (۱) $\begin{bmatrix} n \\ n \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 2n \\ 2n \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} n(n+1) \\ n(n+1) \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} n(n+1) \\ n(n+1) \end{bmatrix}$

۴۵- اگر $\vec{a} = 4\vec{i} + 6\vec{j} - 3m\vec{i}$ و $\vec{b} = 2m\vec{i} - 6\vec{j} + 3m\vec{j}$ و بردار $\vec{a} - \vec{b}$ در راستای محور طول ها باشد، بردار \vec{b} کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} -8 \\ -18 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 8 \\ 6 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 0 \\ 24 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 24 \\ 0 \end{bmatrix}$